

模糊田口法於永磁無刷馬達之多目標最佳化設計

詹昇韋¹ 謝振中^{2*}

摘 要

本文針對電動車窗用永磁無刷馬達，整合模糊邏輯與田口法並運用有限元素軟體，提出一個能兼具提高馬達性能、降低磁石用量且保持在目標轉矩之多目標最佳化設計。本文所設計之永磁無刷馬達不僅可大大減少永磁無刷馬達的磁石成本外，並可以同時提高單位磁石體積轉矩與馬達效率。文後，所設計之永磁無刷馬達並與現有用於電動車窗之有刷馬達做作整體性能比較。結果顯示所設計之永磁無刷馬達確實有顯著的優勢。

關鍵詞：永磁無刷馬達，有限元素，模糊邏輯，田口法

1. 前 言

無刷馬達開發至今已普遍使用於生活中，特別在汽車產業、家庭設備、工業應用上有著突出的表現。相較於直流有刷馬達(Permanent-Magnet Brush DC Motor)；永磁無刷馬達(Permanent-Magnet Brushless Motor, BLDC Motor)具有以下優點：1. 壽命長，無刷馬達利用電子元件取代電刷，原本的有刷馬達的電刷會因磨損而變短，電刷的壽命是有一定的限度的，而當電刷磨損殆盡時只能更換電刷或是更換馬達；2. 沒有電刷也就不會產生火花，可以運用在一些易燃易爆的地方；3. 有刷馬達因為有電刷以及換向片，所需體積比無刷馬達大，去除掉電刷與換向片不僅可以縮小體積，亦可能做成各種各樣之形狀；4. 運行聲音小，因此能運用在一些需要安靜的場所；5. 結構比有刷馬達來得簡單。也因此永磁無刷馬達在市場上的占比越來越高了，並漸漸取代有刷馬達的地位。(孫清華，2002)(謝旻甫與余守龍，2009)

汽車上面使用之電動馬達約20顆，高級車款甚至可以高達100多個，包含座椅、車窗、雨刷、門鎖和燃料幫浦馬達等。再者，對於馬達的要求也不再僅是功能，而是要能夠符合馬達外觀所需之要求，並且盡可能的降低體積和提高效能。本文探討利用永磁無刷馬達替代汽車電動車窗上的直流有刷馬達。除了維持傳統的直流有刷馬達同樣轉矩下外，並對永磁無刷馬達之效率以及單位磁石體積轉矩進行提升與馬達體積縮小。

田口法最主要優勢是運用較少的實驗組合，取得有用的資訊，並以少數實驗就找出最佳化趨勢。(Guo *et al.*, 2019) 然而田口法在進行多目標優化設計時會有：1. 因無法考慮到全部因子之間的交互作用，有可能會出現衝突的情況發生，甚至無法找出最佳解；2. 無法直接得到多目標的最佳解，而是需要從多目標轉為單目標，接著通過適當的權重分配才能得到多目標解答案；3. 優化的參數範圍擴大，所得到的答案就會不準確。(Sun *et al.*, 2020)因此

¹逢甲大學電機系 教授

²逢甲大學電機系 研究生

*通訊作者，電話: 04-24517250, E-mail: jjshieh@fcu.edu.tw

收到日期: 2021年08月17日

修正日期: 2021年10月01日

接受日期: 2021年10月19日

在田口法中加入灰關聯分析(張家銘, 2015 ; (Liu and Hwang, 2019)與模糊理論(George and Kyatanavar, 2016 ; Sun *et al.*, 2020 ; Shi *et al.*, 2020), 不但可以知道設計因子在不同因素的影響下的相似程度與重要性外, 並可以達到多目標優化的目標。(Sun *et al.*, 2020)

2. 永磁無刷馬達介紹

永磁馬達根據轉子所在位置大致分為三種(如圖1、圖2與圖3), 分別是將磁石貼於轉子表面的表面型、將磁鐵貼於轉子內部的內嵌型以及將磁石埋進鐵芯內部的內藏型。

表面型馬達之結構, 就是將永久磁石直接黏貼在轉子表面上, 製作上的成本和難度相對

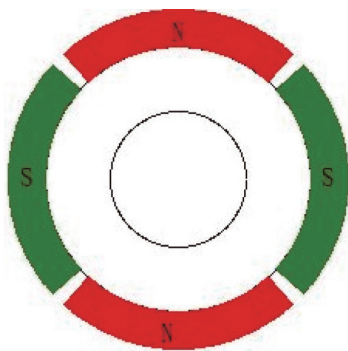


圖1 表面型馬達圖

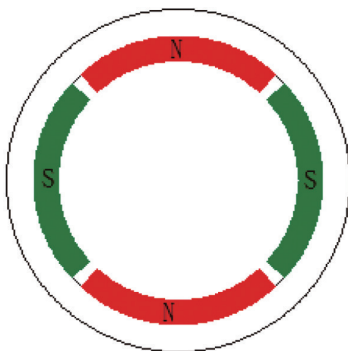


圖2 內嵌型馬達圖

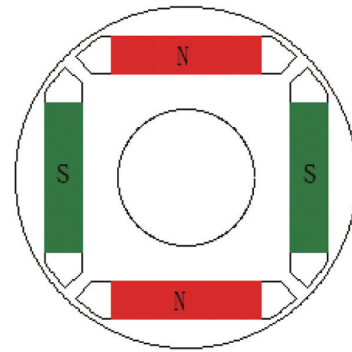


圖3 內藏型馬達圖

較低, 然而在高速轉動的情況下, 很可能會造成磁石脫落, 因此必須注意磁石的固定狀況以及盡量不要運用在高轉速的馬達上。

內嵌型的馬達結構上因為將磁石嵌入轉子矽鋼片內, 所以比表面型更加堅固, 輸出轉矩也比表面型高, 然而轉速範圍仍有限制, 這讓需要較高轉速範圍的馬達不適合使用內嵌型。

內藏型永磁馬達是將磁石埋入轉子矽鋼片之內, 因此結構更加堅固, 磁石可承受高轉速時所產生的離心力不會飛脫, 所以經常被應用在高轉速的場合。有較廣的弱磁性能, 但比較容易產生漏磁及磁飽和。

3. 馬達設計與分析

3.1 馬達初始規格

在參考市面上車窗馬達規格之後, 本文設計一個應用在電動車窗之永磁無刷馬達, 採用表面型內轉式之轉子結構, 同時假設搭配一個100:1齒輪組, 來達到降速與提高轉矩的目的。表1所示為馬達之初始規格。

3.2 馬達設計流程

表1 馬達初始規格

額定轉速(rpm)	5,600	驅動電壓(V)	15
額定功率(W)	56.75	平均轉矩(Nm)	0.095
最大體積(mm ³)	23,000	定子外徑(mm)	31
滿載效率(%)	85	散熱方式	自體散熱

設計流程將先決定槽極數、繞線方式。接著透過磁路分析軟體SPEED來設計馬達初始結構，最後使用有限元素分析軟體Flux 2D來做進一步的分析，檢查是否達到設計需求。圖4為馬達設計流程圖。

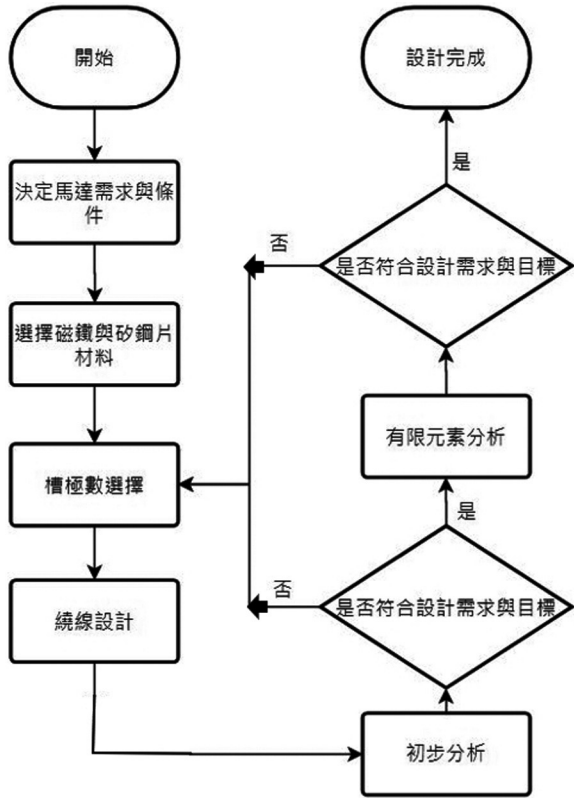


圖4 馬達設計流程圖

3.3 馬達初步設計

運用前面的初始規格以及電機設計軟體SPEED，來決定馬達的雛形。設計時，不只要考慮到性能，還要考慮到馬達的體積、佔積率和是否三相平衡，這些都會影響到馬達的性能以及製造難度。

3.3.1 槽極數選擇

首先要決定馬達槽極數，因為所使用之馬達為三相馬達，因此槽極數必須滿足下式，才能達到三相平衡：

$$\frac{N_s}{[\text{GCD}(N_s, N_p)]} = 3k \quad (1)$$

其中， k 為任意整數， N_s 為槽數， N_p 為極數，

GCD 為最大公因數。

接著計算馬達的每極每相槽數 N_{sp} 就對馬達的性能進行初步篩選：

$$N_{sp} = \frac{N_s}{m \cdot N_p} \quad (2)$$

其中， N_{sp} 為每極每相槽數， m 為馬達相數。

本文為三相馬達，因此 m 為3。若 N_{sp} 為分數，稱為分數槽馬達，為整數則稱為整數槽馬達。整數槽馬達因為每個磁鐵相對於槽的位置都相同，所以產生的頓轉轉矩(cogging torque)為相同相位，頓轉轉矩的總量會是每個磁鐵的頓轉轉矩總合。而分數槽因為每個磁鐵對應的槽位不同，因此頓轉轉矩會互相抵消，使其產生出頓轉轉矩比整數槽低。因為兩者結構不同，會影響頓轉轉矩以及繞線方式。

3.3.2 繞組因數

決定好槽極數後就是選擇繞組方式。當槽極數和繞組方式都選完之後，就會產生繞組因數(winding factor)，選擇的繞組因數需大於0.866，馬達特性較佳。繞組因數公式如下：

$$K_w = K_p \cdot K_d \quad (3)$$

K_p 是節距因數(pitch factor)， K_d 是分布因數(distribution factor)。參考與運用繞線計算程式進行計算後，確認輸出轉矩是否達到0.095 Nm。根據上述的槽極數選擇以及繞組因數，因本文馬達尺寸較小，因此常見的馬達槽極數，如：4極9槽、8極9槽、10極12槽都無法達到額定轉矩，故本文最後選擇使用16極15槽做為本文馬達槽極數組合。

3.4 馬達繞組設計

繞組設計對於馬達設計來說極為重要，會直接影響馬達的反電勢(back EMF)、輸出轉矩(torque)、轉矩漣波等輸出性能。分數槽可以用分布繞或是集中繞，看 S^* 是否超過1。而槽數是否為6的倍數，可以分為單層繞或是雙層繞，單層繞為槽內只有一個線圈邊，雙層繞則是槽

內擁有兩個線圈邊。由於本文使用的為三相馬達，為了平衡每相的反電勢，相角差必須為120度電機角度($^{\circ}\text{E}$)，這樣可以得到大小相同且三相平衡的反電勢波形，繞組設計步驟如下：

1. 先算出槽與槽之間的電機角 θ_s ，這稱為槽距。

$$\theta_s = \frac{N_p * 180^{\circ}\text{E}}{N_s} \quad (4)$$

2. 接著要求出線圈跨距，跨槽數 S^* 表示當線圈由第一槽進入，將會從 $(1+S^*)$ 槽離開：

$$\begin{aligned} S^* &= \max \left[\text{fix} \left(\frac{180^{\circ}\text{E}}{\theta_s} \right), 1 \right] \\ &= \max \left[\text{fix} \left(\frac{180^{\circ}\text{E}}{\frac{N_p * 180^{\circ}\text{E}}{N_s}} \right), 1 \right] \\ &= \max \left[\text{fix} \left(\frac{N_s}{N_p} \right), 1 \right] \end{aligned} \quad (5)$$

$\text{fix}(x,y)$ 是將括號中的 x/y 取整數，而 $\max [x,y]$ 則是從兩數中取較大的值。

3. 馬達繞組因為反電勢必須相差120 $^{\circ}\text{E}$ 讓其三相平衡，這120 $^{\circ}\text{E}$ 度電機角被稱為相位偏移 K_0 ：

$$K_0 = \frac{2N_s}{3N_p} (1 + 3k) \quad (6)$$

其中， k 為任意整數，最大值為 $((N_p/2)-1)$ 。 K_0 必須為整數，若不為整數則代表選用之槽極數並不是三相平衡線圈的組合。

4. 最後進行線圈設計，設第一個線圈為0度，算出每個線圈的相位電機角度：

$$\theta_c(k) = (k-1) * \theta_s \quad (7)$$

5. 接著將角度大於360度電機角，運用函數進行修正角度：

$$\theta = \text{rem}(\theta_c(k), 360^{\circ}\text{E}) \quad (8)$$

其中， $\text{rem}(x,y)$ 為 x/y 取餘數，將角度修正到 $\pm 180^{\circ}\text{E}$ 以內，之後將線圈角度超過90度的線圈進行 $\pm 180^{\circ}\text{E}$ 的處理，經過處理的線圈要反相纏繞，此時所有線圈角度都落在 $\pm 90^{\circ}\text{E}$ 內。

6. 選擇最靠近0 $^{\circ}\text{E}$ 的線圈可以得到較好的馬達性能，選定所需要的數量來完成A相線圈。最後B和C相線圈可透過 K_0 來得到，最終可以得到合理的馬達繞組。

根據式(1)，16極15槽的馬達會是一個三相平衡的馬達。由式(2)， N_{spp} 為0.3125，因此16極15槽的馬達為分數槽。由式(4)與(5)，得到槽距 $\theta_s = 192$ 及槽跨距 $S^* = 1$ 。式(6)當 K 為5時相位偏移 K_0 為整數，此時 K_0 數值為10。

本文16極15槽之馬達，透過上述之步驟，其A相繞線配置圖如圖5，而繞組配置表如表2所示。其中，綠線代表進；紅線代表出。

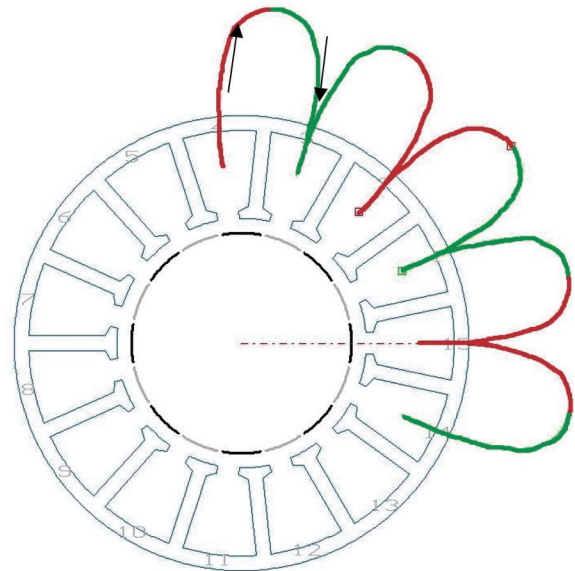


圖5 16極15槽馬達A相繞線配置圖

表2 16極15槽線圈配置表

16極15槽線圈組合	
A相	
進	1-3-3-14-1
出	2-2-4-15-15
B相	
進	11-13-11-13-9
出	12-12-10-14-10
C相	
進	6-8-6-8-4
出	7-7-5-9-5

3.5 馬達初始結構

在馬達的內部設計上，考慮下述要件如下：(黃昌圳，2021)

3.5.1 積厚與定子外徑設計

積厚與定子外徑的數值會影響到馬達的體積大小，本文積厚與定子外徑參考了市面上車窗用馬達與本文而得出來的，基本上是希望越小越好。

3.5.2 氣隙設計

氣隙的選擇對於馬達性能和機械結構的影響很大，氣隙越大氣隙磁阻就越大，通常在經驗法則下的氣隙長度不會低於0.5 mm，本文選用1 mm作為氣隙長度的數值。

3.5.3 磁石設計

磁石厚度與磁石展開角，都和磁石成本有關。而磁鐵厚度需要看使用場合來決定，若要高轉速，則選用磁鐵較薄。若要高扭力，則選用磁鐵較厚。還要根據馬達外殼內徑與轉子矽鋼片外徑來做決定。而磁石展開角則又會和頓轉轉矩、輸出轉矩以及氣隙磁通密度有關係。在考量過成本與效能後，本文選擇厚度2 mm以及展開角160度。

3.5.4 槽開口設計

槽開口通常越小越好，可以幫助吸收磁鐵所產生的磁力，但過小的槽開口會導致漏磁通的出現，同時提高製成上繞線的難度。在考慮了線徑0.3 mm再加上漆包線的情況下，本文選用了1.5 mm作為槽開口。

3.5.5 槽深設計

槽深要考慮到佔積率、磁通交鏈以及軛部的磁通密度，理論上希望槽深越大越好，讓佔積率可以更小。但還必須考慮到與齒部之間的磁通問題，因此軛部的大小最少要等於齒寬。

本文選擇槽深6 mm，剛好讓軛部也是1 mm與齒寬相同。

3.5.6 齒寬設計

齒寬理論上越小越好，讓馬達整體佔積率越低越好，但考慮受限於矽鋼片可容納的飽和磁通密度，所以本文選訂1 mm。

3.5.7 磁靴設計

磁靴高度主要會影響到單點磁飽和，同時太薄又會在製成時容易斷裂，但太厚又會讓佔積率提高。本文使用最小的0.5 mm，低於0.5 mm很容易斷裂，此時的磁通密度低於1.6 T。

3.5.8 匝數設計

匝數則是要考慮佔積率、銅損、轉矩是否達標等問題，在經過實驗量測之後發現匝數低於22以下就無法達到目標轉矩，因此選擇22匝。

綜上，本文選用之馬達初始結構細部規格如圖6與表3與所示。

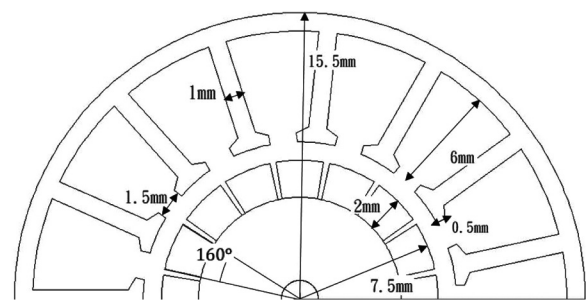


圖6 馬達結構示意圖

3.6 性能分析

在初步設計完成之後，運用有限元素軟體Flux 2D來進行更進一步的分析，來確認實驗的輸出結果，例如：反電勢以及輸出轉矩。同時求得更進一步的實驗數據，例如：頓轉轉矩、轉矩漣波以及磁通密度。透過得知以上特性，可利於進一步最佳化分析。圖7所示為馬達驅動器在滿載且額定轉速時之的電流分析波形圖。

表3 馬達初始結構細部規格

參數	數值
定子外徑(mm)	31
轉子外徑(mm)	15
積厚(mm)	30
氣隙(mm)	1
磁鐵厚度(mm)	2
磁石展開角(degree)	160
矽鋼片	50CS600
槽開口(mm)	1.5
槽深(mm)	6
齒寬(mm)	1
磁靴高度(mm)	0.5
匝數(匝)	22
線圈線徑(mm)	0.3
磁鐵材料	N40H
極數	16
槽數	15

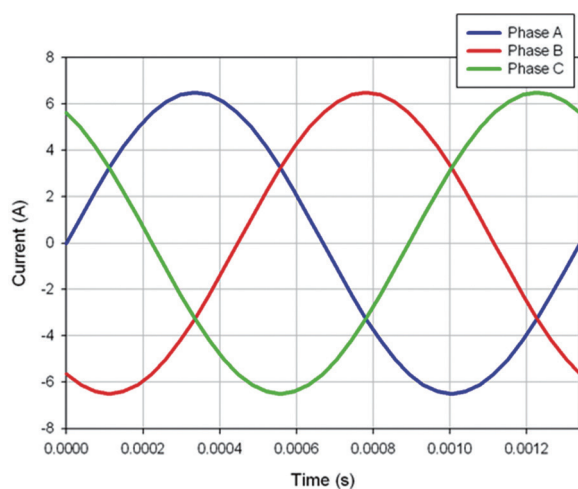


圖7 馬達驅動器在滿載且額定轉速時之的電流分析波形圖

3.6.1 頓轉轉矩

在永磁馬達還沒通入電流時，轉動馬達會感受到一股抗拒的力量，使得轉動過程並不順利，這股力量被稱之為頓轉轉矩。這樣的力量對於永磁無刷馬達來說，會讓馬達在轉動時產生震動和噪音，且會造成轉矩漣波的增加。圖8所示為馬達在滿載且額定轉速時之頓轉轉矩分析波形圖。其中，馬達頓轉轉矩的峰對峰值為

$2.1 \times 10^{-5} \text{ Nm}$ 。

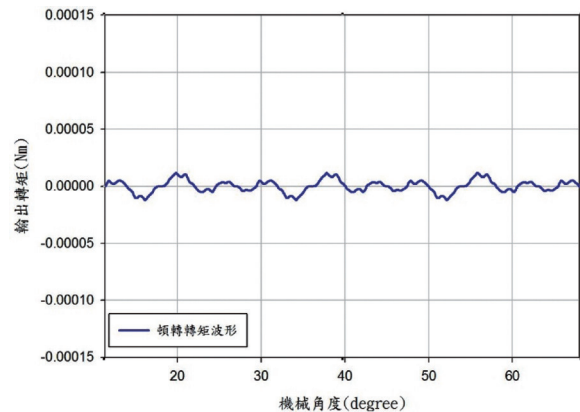


圖8 頓轉轉矩波形圖

3.6.2 反電勢

馬達轉動時，定子線圈和磁石磁通會產生感應電壓，稱為反電勢，可以經由法拉第定律求得。反電勢產生之諧波與槽極配比、繞組設計、以及磁石展開角有關。圖9所示為馬達在滿載且額定轉速時之三相反電勢分析波形圖。其中，反電勢之峰值為12.412 V。

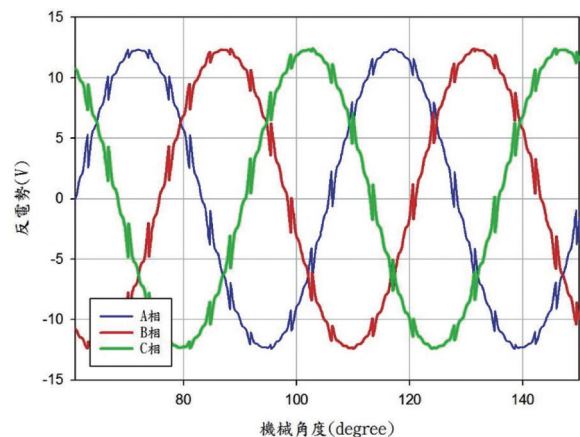


圖9 反電勢波形圖

3.6.3 輸出轉矩與轉矩漣波

馬達轉矩是經由線圈通過交流電產生旋轉磁場，並與轉子的磁場交互作用讓馬達開始旋轉，進而產生出的扭力就是馬達的輸出轉矩。

而轉矩漣波是因為馬達結構的不平衡和頓轉轉矩所造成的，這些現象會讓轉矩產生不平

穩波動，進而影響機械結構的穩定性，而轉矩漣波定義如下：

$$T_{rip} = \frac{T_{MAX} - T_{min}}{T_{avg}} \quad (9)$$

其中， T_{MAX} 是最大轉矩， T_{min} 是最小轉矩， T_{avg} 是平均轉矩。

圖10所示為馬達在滿載且額定轉速時之轉矩分析波形圖。其中，平均轉矩與轉矩漣波分別為0.09694 Nm與0.718%。

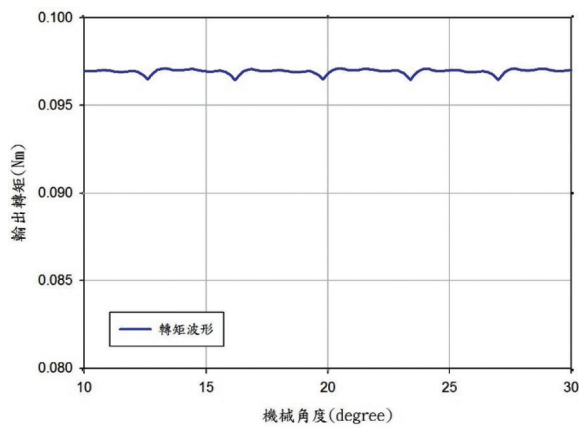


圖10 轉矩波形圖

3.6.4 效率計算

馬達損失主要有銅損 P_{cu} 、鐵損 P_{iron} 和雜散損失 P_{str} ，利用各項損失及輸出功率的加總即可算出效率，銅損 P_{cu} 是指電流在線圈中的損失，藉由增加導線的截面積、改善繞線技術以及降低電流(會使轉矩降低)可改善銅損。

馬達的鐵芯材料被稱為矽鋼片，通常使用軟磁材料，軟磁材料有較窄的磁滯曲線，因此有保磁力低與較高的導磁率的特性，低保磁力可使得磁滯損失減少，連同鐵損也跟著降低。鐵損 P_{iron} 又分為磁滯損和渦流損。渦流損可以透過選用更薄的矽鋼片來讓其降低。本文所設計之馬達在滿載且額定轉速時之銅損、鐵損與渦流損分別為5.28 W、2.0627 W與0.003654 W。在不考慮雜散損失 P_{str} 下之滿載效率可達88.56%。然而，馬達實際運轉時，還包括振動、風阻和磨擦等雜散損失，其約占輸出功率的1~3%。

3.6.5 磁通密度

在馬達設計時，若是矽鋼片的磁通密度超過了矽鋼片所能承受的最大磁通密度，就會讓定子的鐵芯部分發熱，造成馬達效能降低。不同矽鋼片等級的磁通飽和程度也會有所不同，本文所選用的矽鋼片50CS600最大磁通飽和密度是1.6 T。圖11(a)所示為本文所設計之馬達在滿載情況下(5,600 rpm，56.85 W)的磁通密度。其中，磁通密度超過1.6 T以上的分布如圖11(b)所示。由圖11所示，可以看出本文所設計之馬達於滿下輸出時，無任何一處超過最大磁通飽和密度(1.6T)。

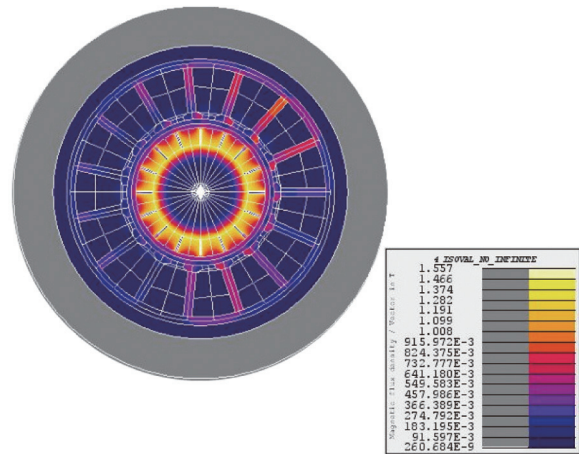


圖11(a) 馬達磁通分布圖

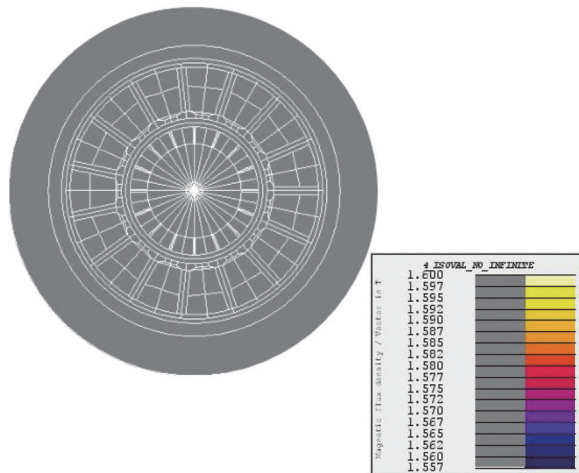


圖11(b) 馬達磁通密度1.6 T以上分布圖

3.7 馬達初始性能

表4所示為本文所設計之16極15槽永磁無刷馬達的各種輸出特性。由表4可知本文所設計之永磁無刷馬達確時可符合目標規範。然而，只是做出符合目標的馬達是不夠的，下節將藉由整合模糊邏輯以及田口法，將效率提高並同時降低磁石體積，以達到成本降低的效果。

表4 16極15槽馬達的各種輸出特性

	16極15槽
頓轉轉矩(Nm)	0.000021
反電勢(V)	12.412
輸出轉矩(T)	0.09694
轉矩漣波(%)	0.718
輸出功率(W)	56.8519
效率(%)	88.56

4. 多目標最佳化設計

4.1 模糊田口法

一般田口法在進行多目標優化設計時，透過變異性分析找出各因子水準影響百分比做為選擇依據。然而，因無法考慮到全部因子之間的交互作用，同時有可能會出現衝突的情況發生，因此有時甚至無法找出最佳解。本文在田口法中加入灰關聯分析與模糊邏輯理論，來處理一般田口法的缺陷問題。(Guo *et al.*, 2019)

4.1.1 直交表與參數選擇

直交表最早是應用在統計學上面，其中

矩陣是由實驗中的因子與參考水準獲得，直交表可以讓每個因子與水準之間互相作用且平衡，同時每個實驗都是獨立組合。(Kim *et al.*, 2009；Sonawane *et al.*, 2018)

本文選擇磁石厚度(LM)、磁石展開角(BetaM)、槽開口(SO)、定子齒寬(TWS)、槽深(SD) 5項因子進行分析。另，在本節田口法最佳化分析中，也一樣選擇這5個因子，依序對應英文字母A~E，同時每個因子給予4個水準，將這些因子與水準帶入直交表 $L_{16}(4^5)$ 中，進行16次實驗。表5為各項因子與因子水準的選擇。表6為 $L_{16}(4^5)$ 直交表。

4.1.2 田口直交表與(S/N)比

信號/雜訊比(Signal-Noise Ratio, S/N)是一種特性指標(Xiao and Bi, 2019)，運用在這裡的目的是希望找出一組控制因子的組合，使得製程或產品對於外界的環境的敏感度為最低，即此產品的穩定性最高、變異最小、損失最小。主要可以分為望大、望小以及望目三種，其中望大與望小分別為式

$$\text{望大：}\eta_{\text{HTB}} = -10 \times \log_{10} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{f_i^2} \right) \quad (10)$$

$$\text{望小：}\eta_{\text{LTB}} = -10 \times \log_{10} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i^2 \right) \quad (11)$$

依據選擇的直交表，實驗次數M為16次，n為最佳化實驗的目標數量，本文為3種，分別是效率、轉矩漣波以及單位磁石體積轉矩。最後將16次的實驗結果，分別以效率望大、轉矩漣波望小、單位磁石體積轉矩望大，依序進行S/N比轉換。

表5 各項因子與因子水準的選擇

參數	符號	水準1	水準2	水準3	水準4
磁石厚度	A	1.6	1.8	2.0	2.2
磁石展開角	B	145	150	155	160
槽開口	C	0.9	10.5	1.2	1.35
定子齒寬	D	1.4	1.6	1.8	2.0
槽深	E	4.5	5.0	5.5	6.0

表6 $L_{16}(4^5)$ 直交表

L_{16}	A	B	C	D	E
1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2
3	1	3	3	3	3
4	1	4	4	4	4
5	2	1	2	3	4
6	2	2	1	4	3
7	2	3	4	1	2
8	2	4	3	2	1
9	3	1	3	4	2
10	3	2	4	3	1
11	3	3	1	2	4
12	3	4	2	1	3
13	4	1	4	2	3
14	4	2	3	1	4
15	4	3	2	4	1
16	4	4	1	3	2

4.1.3 灰關聯分析

灰關聯分析是屬於灰色系統理論的其中一種，由鄧聚龍教授首創的一種系統科學理論(張家銘，2015；Liu and Hwang, 2019)，其中的基本思想是根據各因子的曲線幾何形狀相似程度，來判斷因子之間的關聯性，若兩個因子之間的變化趨勢具有一致性，即同步變化的程度較高，就代表二者關聯度較高；反之，則較低。因此透過灰色關聯分析，可以知道因子在各個因素的影響下的相似程度與重要性。

然而在進行灰關聯分析之前，因為三個最佳化目標的單位不同，因此要將實驗數據的S/N比進行正規化(Normalization)，讓每個值都介於0~1之間。

S/N比的正規化計算也分為望大與望小特性，式子如下：

$$\text{望大：} x_i^*(k) = \frac{x_i(k) - \min[x_i(k)]}{\max[x_i(k)] - \min[x_i(k)]} \quad (12)$$

$$\text{望小：} x_i^*(k) = \frac{\max[x_i(k)] - x_i(k)}{\max[x_i(k)] - \min[x_i(k)]} \quad (13)$$

$x_i^*(k)$ 為正規化後望大或望小的S/N比； x_i

(k)為第i次最佳化目標的S/N比；而 $\max[x_i(k)]$ 和 $\min[x_i(k)]$ 分別為所有實驗中最佳化目標S/N比的最大值與最小值。

完成正規化之後，接著要進行灰關聯分析。但在此之前需先計算差序列與灰關聯係數，差序列是指S/N比值與最佳值之間的差距，接著將S/N比轉換成單一灰關聯度(Grey Relational Grade, GRG)進行比較，其式子如：

$$r_{ij} = \frac{\Delta_{\min} + \xi \Delta_{\max}}{\Delta_{ij}(k) + \xi \Delta_{\max}} \quad (14)$$

$$\begin{cases} \Delta_{ij}(k) = \|x_i(k) - x_j(k)\| \\ \Delta_{\min} = \min \times \min \times \|x_i(k) - x_j(k)\| \\ \Delta_{\max} = \max \times \max \times \|x_i(k) - x_j(k)\| \end{cases} \quad (15)$$

式子(14)中 $i = 1, 2, 3, j = 1, 2, \dots, 16, k = 1, 2, \dots, 16$ 。式子(15)中的 $\Delta_{ij}(k)$ 為各因子的差序列， Δ_{\min} 為各因子兼各實驗差序列最小者；而 Δ_{\max} 為各因子兼各實驗差序列最大者。 ξ 是辨識係數，通常值會介於0~1之間，當需要結果的差異性較為明顯時，可以依照需求來進行調整，不會影響灰關聯係數的排列，本文 ξ 為0.5。

將S/N比結果代入式子(12)與(13)，進行正規化處理；接著透過式子(14)與(15)將正規化數據轉化成灰關聯係數。表7為田口法實驗結果與最後得到之灰關聯係數。

4.1.4 模糊邏輯系統建立

模糊邏輯理論可以分為三個部分，模糊化、模糊推理引擎以及解模糊化三個部分。

首先模糊化是指選擇適當的歸屬函數，並運用灰關聯係數來模糊化目標函數。接著輸入到模糊推理引擎進行模糊推論，產生模糊值。最後再將歸屬函數解模糊化後求得多重品質特性之衡量指標(MPCI)。歸屬函數主要有三種類型，梯形、三角形以及高斯型三種，梯形和三角形的歸屬函數特性會呈現出線性曲線，適合用在極端且需要即時反應的組合，而高斯型的歸屬函數的特性曲線則是屬於非線性的，適合

表7 田口法實驗結果與最後得到之灰關聯係數

L_{16}	田口法實驗結果			灰關聯係數		
	eff (%)	T_{rip} (%)	$T_{pm} \times 10^{-4}$ (Nm/mm ³)	GRG eff	GRG T_{rip}	GRG T_{pm}
1	88.880	0.6974	6.19101	0.488	0.466	1
2	90.125	0.6958	5.96970	0.805	0.473	0.826
3	88.975	0.7103	5.74154	0.503	0.421	0.697
4	88.597	0.6675	5.50228	0.448	0.627	0.595
5	87.434	0.6863	5.50975	0.333	0.515	0.597
6	88.625	0.7340	5.46929	0.451	0.359	0.583
7	90.108	0.6884	5.09562	0.798	0.505	0.470
8	90.445	0.6724	5.07090	0.965	0.593	0.464
9	89.895	0.6555	4.98359	0.719	0.732	0.444
10	90.502	0.6648	4.79063	1	0.648	0.403
11	87.711	0.7467	4.86269	0.355	0.333	0.417
12	89.107	0.6955	4.68755	0.526	0.474	0.383
13	89.565	0.6366	4.51717	0.624	1	0.354
14	88.672	0.6824	4.47912	0.458	0.534	0.348
15	90.252	0.7239	4.44319	0.862	0.383	0.343
16	89.385	0.7152	4.38025	0.581	0.407	0.333

應用在數據穩定的組合。

本文採用了三角型歸屬函數作使用，首先將輸入變數 T_{eff} 、 T_{rip} 、 T_{pm} 進行模糊化，而每個輸入的變數一句歸屬函數又可分為三個等級：S (Small)、M (Middle)、L (Large)。(張家銘，2015；George and Kyatanavar, 2016；Lan *et al.*, 2018；Shi *et al.*, 2020)

其次定義模糊規則庫，規則庫由一群語言推理規則來描述推理目標與方法，因此經常充滿不確定性，故利用模糊理論能夠適度的處理這類的變數，以模糊規則的形式下，更能使其明確表達出來，如下所示：

R_1 : if Z_1 is A_1 and Z_2 is B_1 and Z_3 is C_1 then X is VVS。

R_2 : if Z_1 is A_2 and Z_2 is B_2 and Z_3 is C_2 then X is S。
.....

R_i : if Z_1 is A_i and Z_2 is B_i and Z_3 is C_i then X is VVL。

R_i 為第*i*條的模糊規則， Z_1 、 Z_2 、 Z_3 分別代表輸入變數之灰關聯係數，X為輸出變數

(MPCI)。

本文假設三個輸入變數($Z_1 = T_{eff}$ 、 $Z_2 = T_{rip}$ 與 $Z_3 = T_{pm}$)具有同樣的重要程度，而每個輸入變數又依據歸屬函數定義成三個等級，因此會有 $3^3 = 27$ 個自由度(27條模糊規則， R_{27})，如圖12(a)(b)(c)(d)所示。

而最後的輸出變數(MPCI)共可分為七個等級，VVS (Very VerySmall)、VS (Very Small)、S (Small)、M (Med)、L、VL、VVL等。

模糊理論和解模糊化的方法有很多，本文採用模糊推論法Maddani max-min，並運用較常見的重心法進行模糊化。

4.1.5 模糊田口法最佳組合

經過以上的步驟與計算，得出MPCI值並整理如表8所示之多重品質特性衡量指標(MPCI)數據表後，即可運用平均值分析的式子計算出每個因子在不同水準下分別對應的MPCI反應值，平均值分析的目的為了了解所有因子的各個水準，對於最佳化目標的影響程度。接著根

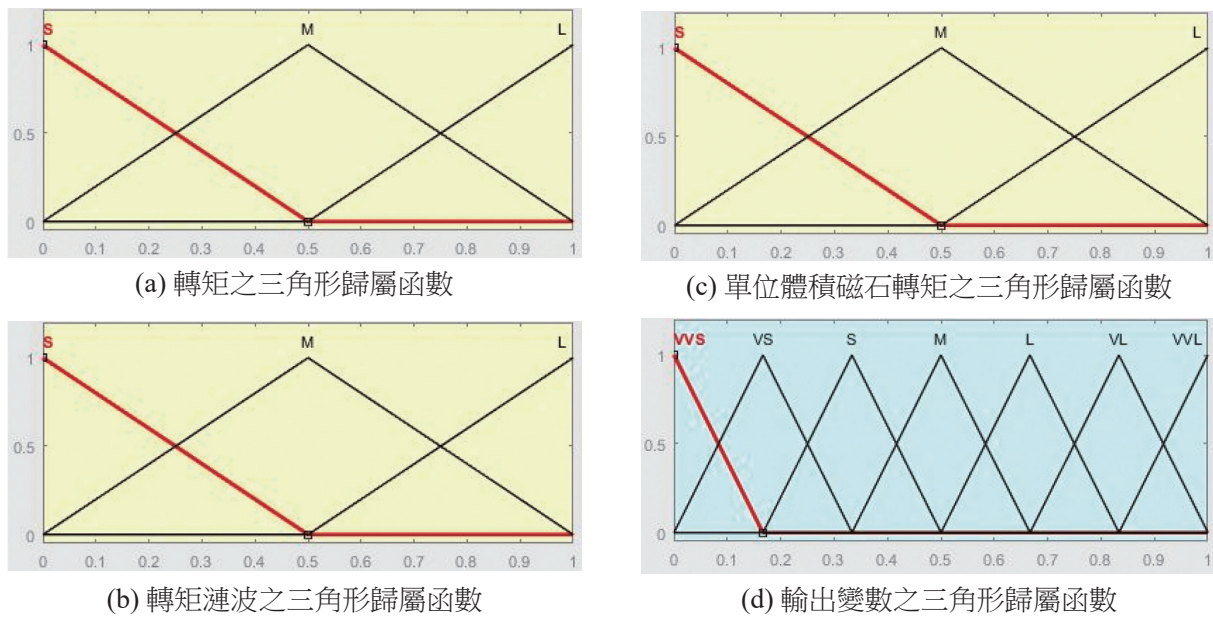


圖12 三角形歸屬函數

表8 多重品質特性衡量指標(MPCI)數據表

L_{16}	MPCI	L_{16}	MPCI
1	0.642	9	0.656
2	0.680	10	0.681
3	0.536	11	0.371
4	0.573	12	0.479
5	0.487	13	0.660
6	0.456	14	0.466
7	0.598	15	0.491
8	0.687	16	0.443

據直交表所產生的實驗結果並運用下列式子，可以計算出每個水準的平均值，再根據平均值的大小來找出最好的水準。計算因子平均值時，根據實驗裡是否有使用該水準來加總並平均，例如：Hwang *et al.*, 2009；Xiao and Bi, 2019。

$$m_{A1} = 1/4 [\text{eff}(1) + \text{eff}(2) + \text{eff}(3) + \text{eff}(4)] \quad (16)$$

$$m_{A2} = 1/4 [\text{eff}(5) + \text{eff}(6) + \text{eff}(7) + \text{eff}(8)] \quad (17)$$

$$m_{A3} = 1/4 [\text{eff}(9) + \text{eff}(10) + \text{eff}(11) + \text{eff}(12)] \quad (18)$$

$$m_{A4} = 1/4 [\text{eff}(13) + \text{eff}(14) + \text{eff}(15) + \text{eff}(16)] \quad (19)$$

其中， m_{A1} 表示A因子(磁石厚度)在水準一時的效率， m_{A2} 是A因子在水準二時的效率，剩下以此類推。

其結果如表9與圖13所示。選擇各因子中擁有最大MPCI反應值的水準，就是模糊田口法之最佳化組合，其結果為($A_1 B_1 C_4 D_2 E_1$)

4.1.6 模糊田口法最佳化分析結論

將MPCI反應表得出的結果整理出來，再次透過有限元素法進行特性分析後，再與馬達初

表9 MPCI反應表

m_i	A	B	C	D	E
$i = 1$	0.60775	0.61125	0.47800	0.54625	0.62525
$i = 2$	0.55700	0.57075	0.53425	0.59950	0.59425
$i = 3$	0.54675	0.49900	0.58625	0.53675	0.53275
$i = 4$	0.51500	0.54550	0.62800	0.54400	0.47425

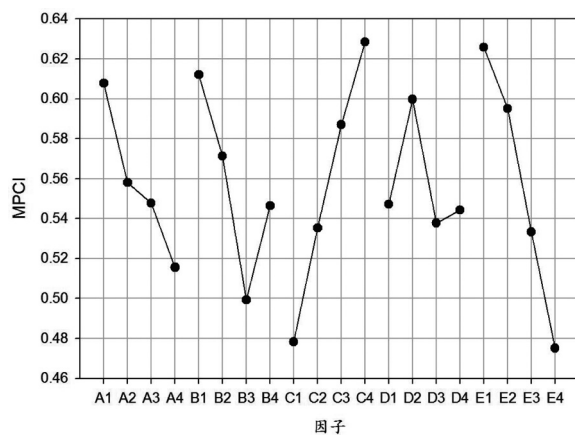


圖13 MPCPI反應圖

始特性進行比較。表10為初始設計以及模糊田口法分析結構比較表。表11為初始設計與模糊田口法輸出特性比較表。

表10 初始設計與田口法結構參數比較表

名稱	LM (mm)	BetaM (mm)	SO (mm)	TWS (mm)	SD (mm)
初始規格	2	160	1.5	1	6
模糊田口法分析	1.6	145	1.35	1.6	4.5

表11 初始設計與田口法輸出特性比較表

	轉矩	轉矩漣波	磁石用量	$T_{pm} \times 10^{-5}$	效率
單位	Nm	%	mm ³	Nm/mm ³	%
初始規格	0.096940	0.718	2,179.2	4.450	88.56
模糊田口法分析	0.096115	0.637	1,622.4	5.924	90.35
優化比例	-0.8583%	-11.28%	-25.55%	+33.12%	+2.5%

表12 三種馬達比較

	傳統有刷馬達	改良有刷馬達	本文永磁無刷馬達	備註
馬達體積(mm ³)	40*29*40 37008	31*31*31 23397	31*31*30 22643	
定子外徑(mm)	NA	31	31	
平均轉矩(Nm)	0.102	0.097	0.096	
磁石用量mm ³	1,4960.0	5,064.0	1,622.4	
$T_{pm} \times 10^{-5}$ (Nm/mm ³)	0.6818	1.9150	5.9240	
滿載效率(%)	61	58	90.07*	*銅損4.554 W、鐵損1.24 W、渦流損0.003957 W且不考慮雜散損失
額定轉速(rpm)	5,574	5,574	5,600	
驅動電壓(V)	15	15	15	
額定功率(W)	59.34	56.75	56.36	

4.2 與直流有刷馬達進行比較

表12所示為傳統有刷馬達、改良後的有刷馬達(劉祐維, 2013)以及本文永磁無刷馬達的重要特性比較。從表12可以看出本文所設計之永磁無刷馬達在磁石用量、單位磁石體積轉矩以及效率, 都明顯優於傳統有刷馬達。

5. 結 論

本文依據繞組因數選用16極15槽, 設計一額定轉速為5,600 rpm、轉矩0.096 Nm、與功率56.36 W之汽車電動窗用永磁無刷馬達。為更近一步同時提高永磁無刷馬達單位磁石體積轉

矩、效率以及降低轉矩漣波，本文結合模糊理論與田口法並配合有限元素軟體Flux 2D做進一步的多目標最佳化之設計。結果顯示本文所設計之永磁無刷馬達之轉矩漣波較初始設計下降11.28%、磁石用量下降25.55%、單位磁石體積轉矩提高33.12%、且馬達效率提升至90.07%外，相較於直流有刷馬達更有顯著的優勢。

參考文獻

- 孫清華編譯，2002。最新無刷直流馬達，國家圖書館出版，臺北市。
- 張家銘，2015。高性能、低磁鐵用量表面型無刷永磁馬達之最佳化設計，逢甲大學電機與通訊工程博士學位學程，博士論文。
- 黃昌圳，2021。Brushless Permanent Magnet Motor Design，逢甲大學。
- 劉祐維，2013。電動車窗用永磁有刷直流馬達之設定與分析，逢甲大學電機工程學系，碩士論文。
- 謝旻甫與余守龍，2009。高效率永磁無刷馬達之設計與分析，國立成功大學系統及船舶機電工程學系，電機月刊，no.221，p.140。
- George, S. and D. N. Kyatnavar, 2016. "Optimization of Multiple Effect Evaporator Using Fuzzy Logic Integrated with Taguchi Technique," 2016 International Conference on Electrical, Electronics, and Optimization Techniques (ICEEOT), pp. 1415-1419.
- Guo, Y., J. Si, C. Gao, H. Feng and C. Gan, 2019. "Improved Fuzzy-Based Taguchi Method for Multi-Objective Optimization of Direct-Drive Permanent Magnet Synchronous Motors," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 55, no. 6, pp. 1-4.
- Hwang, C., P. Li, F. C. Chuang, C. Liu, and K. Huang, 2009. "Optimization for Reduction of Torque Ripple in an Axial Flux Permanent Magnet Machine," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 45, no. 3, pp. 1760-1763.
- Kim, K., J. Lee, H. J. Kim, and D. Koo, 2009. "Multiobjective Optimal Design for Interior Permanent Magnet Synchronous Motor," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 45, no. 3, pp. 1780-1783.
- Lan, T., K. Chuang and Y. Chen, 2018. "Optimal Production Parameters Under Considerations of Noise Using Fuzzy Taguchi Method," 2018 IEEE International Conference on Applied System Invention (ICASI), pp. 354-357.
- Liu, C. T. and C. C. Hwang, 2019. "Design and Construction of an IPM Motor for Automatic Tapping Machine Tool Applications," 2019 IEEE International Electric Machines & Drives Conference (IEMDC), pp. 1410-1414.
- Shi, Z., X. Sun, Y. Cai and Z. Yang, 2020. "Robust Design Optimization of a Five-Phase PM Hub Motor for Fault-Tolerant Operation Based on Taguchi Method," IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 35, no. 4, pp. 2036-2044.
- Sonawane, P., V. B. Savakhande, M. A. Chewale, and R. A. Wanjari, 2018. "Optimization of PID controller for Automatic voltage regulator system using Taguchi method," 2018 International Conference on Computer Communication and Informatics (ICCCI), pp. 1-6.
- Sun, X., Z. Shi and J. Zhu, 2020. "Multi-objective Design Optimization of an IPMSM for EVs Based on Fuzzy Method and Sequential Taguchi Method," IEEE Transactions on Industrial Electronics (Early Access), DOI: 10.1109/TIE.2020.3031534.
- Xiao, L. and C. Bi, 2019. "Optimization of Absolute Variable Reluctance Resolver with Taguchi and FEM," 2019 22nd International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS), pp. 1-6.

Multi-Objective Optimization Design of a Permanent Magnet Brushless Motor Based on Integrated Fuzzy Logic and Taguchi Method

Sheng-Wei Zhan¹ Jenn-Jong Shieh^{2*}

ABSTRACT

In this paper, based on integrated fuzzy logic and Taguchi technique, a multi-objective optimization design with finite element software Flux2D for the car windows lift BLDC motor is proposed. The proposed method not only can improve motor performance, but also can reduce use of magnets and maintain at rated torque significantly. Finally, the designed BLDC motor is further studied and compared with the traditional brush DC motor and BLDC motor. The results show that the designed BLDC motor has better performances than traditional brush DC motors in car window lift application indeed.

Keywords: permanent-magnet brushless motor, finite element, fuzzy logic, Taguchi method.

¹Professor, Department of Electrical Engineering, Feng Chia University.

²Postgraduate, Department of Electrical Engineering, Feng Chia University.

* Corresponding Author, Phone: +886-4-24517250, E-mail: jjshieh@fcu.edu.tw

Received Date: August 17, 2021

Revised Date: October 1, 2021

Accepted Date: October 19, 2021